

第3回 変数分離形微分方程式 演習

教科書の17ページ、演習問題2を解くこと。更に、以下の問題も解きなさい。

問題 2.1 次の微分方程式の一般解を求めなさい。

$$(1) \frac{dy}{dx} = x-1 \quad (2) \frac{dy}{dx} = y-1 \quad (3) \frac{dy}{dx} = 2xy^2 \quad (4) \frac{dy}{dx} = -2xy$$

$$(5) x \frac{dy}{dx} = 2y \quad (6) y \frac{dy}{dx} = 2x \quad (7) \frac{dy}{dx} = y \tan x$$

問題 2.2 次の微分方程式の一般解を求め、初期条件を満たす特解を求めなさい。

$$(1) \frac{dy}{dx} = -y \quad x=0 \text{ で } y=3$$

$$(2) \frac{dy}{dx} = 2y-4 \quad x=0 \text{ で } y=-1$$

$$(3) \frac{dy}{dx} = e^{-y} \quad x=0 \text{ で } y=0$$

$$(4) (y-1) \frac{dy}{dx} - 2x = 0 \quad x=1 \text{ で } y=3$$

$$(5) \frac{dy}{dx} = y(y-2) \quad x=0 \text{ で } y=1$$

問題 2.3 次の微分方程式の一般解を求めなさい。

$$(1) \frac{dy}{dx} = \frac{3x+y}{x} \quad (2) \frac{dy}{dx} = \frac{x+2y}{x} \quad (3) \frac{dy}{dx} = \frac{x-y}{x+y} \quad (4) \frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy+x^2}$$

問題 2.4 人口増加率 α が人口の増加に伴って減少する場合、例えば、

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)$$

の場合、微小時間 dt 後の人口の増加は $dx = \alpha x dt$ で与えられる。この微分方程式の一般解を求めなさい。